



## TD 4 – Optimisation Algorithmes

### 1 Algorithme de Newton

▷ **Exercice 1.** On considère la fonction  $f(x) = \cos x$ .

**1.1.** On part de  $x^0 = 1$ , appliquer 2 itérations de l'algorithme de Newton pour résoudre  $f(x) = 0$ .

**1.2.** Représenter graphiquement ces deux itérations.

**1.3.** Mêmes questions mais en partant de  $x^0 = 0.1$ .

**1.4.** Que ce passe-t-il si on part de  $x^0 = 0$  ?

▷ **Exercice 2.** On considère la fonction suivante

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$$

$$x \longmapsto f(x) = \begin{pmatrix} 2(x_1 + x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2 - 8 \\ 5x_1^2 + (x_2 - 3)^2 - 9 \end{pmatrix}$$

**2.1.** Appliquer une itération de l'algorithme de Newton pour résoudre  $f(x) = 0$ . On partira du point  $x^0 = {}^t(2, 0)$ .

▷ **Exercice 3.** On considère la fonction  $f$  de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$  définie par

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0, \\ -\sqrt{-x} & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

**3.1.** Appliquer deux itérations de l'algorithme de Newton pour résoudre  $f(x) = 0$ . On partira du point  $x^0 = 1$ .

**3.2.** Même question si on part de  $x^0 \neq 0$ .

**3.3.** Représenter graphiquement ces deux itérations.

**3.4.** Commentaire.

▷ **Exercice 4.** On considère la fonction suivantes

$$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$$

$$x \longmapsto f(x) = \begin{pmatrix} e^{x_1} - 1 \\ e^{x_2} - 1 \end{pmatrix}$$

**4.1.** Appliquer une itération de l'algorithme de Newton pour résoudre  $f(x) = 0$ . On partira du point  $x^0 = {}^t(-10, -10)$ .

**4.2.** Commentaire.

## 2 Optimisation

▷ **Exercice 5.** On considère le problème suivant :

$$(\mathcal{P}) \begin{cases} \text{Min } f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2)^2 x_2^2 + (x_2 + 1)^2 \\ x \in \mathbf{R}^2 \end{cases}$$

**5.1.** Calculer la dérivée et la dérivée seconde.

**5.2.** Appliquer 2 itérations de l'algorithme de Newton pour résoudre la condition nécessaire de solution du premier ordre. On partira du point  $x^0 = {}^t(1, 1)$ .

▷ **Exercice 6.** On considère le problème de datation par le Carbone 14 du TD 1.

**6.1.** Donner l'expression de la dérivée et de la dérivée seconde de  $f(\beta)$ .

**6.2.** On part du point  $\beta^0 = {}^t(10, 0.0001)$ . Écrire formellement une itération de l'algorithme de Newton pour résoudre la condition nécessaire du premier ordre  $\nabla f(\beta) = 0$ .