



## TD 5 – Optimisation Programmation linéaire

- ▷ **Exercice 1.** <sup>1</sup> Un transporteur indépendant dispose d'un camion de 5 tonnes de charges utiles offrant une capacité maximale de  $10m^3$ . On lui propose de transférer à une certaine destination des marchandises  $M1$  et  $M2$ . On sait que :
- le transporteur gagne 30 euros par tonne pour la marchandise  $M1$  ;
  - le transporteur gagne 80 euros par tonne pour la marchandise  $M2$  ;
  - la marchandise  $M1$  pèse 1 tonne par  $m^3$  ;
  - la marchandise  $M2$  pèse 0.25 tonne par  $m^3$ .
- 1.1.** On note  $p_1$  et  $p_2$  les poids des marchandises  $M1$  et  $M2$  transportées par le transporteur. Le transporteur désire bien sur maximiser son bénéfice. Formaliser le problème sous la forme d'un problème de programmation linéaire à l'aide des variables  $p_1$  et  $p_2$ .
- 1.2.** Écrire le problème sous la forme d'un problème de programmation linéaire standard.
- 1.3.** Donner la représentation graphique de ce problème et sa solution.
- 1.4.** Écrire le problème dual et donner sa solution
- 1.5.** (i) À partir de la solution du problème dual estimer combien gagnera en plus le transporteur si son camion a 6 tonnes de charge utile. de charge utile.  
(ii) Résoudre graphiquement le problème avec cette contrainte.
- ▷ **Exercice 2.** Un agriculteur dispose d'une exploitation de 30Ha de terres labourables et de 2160 heures de travail dans l'année. Il désire cultiver tous les ans du blé et de la pomme de terre. Il désire savoir combien il doit cultiver d'hectares de blé et de pomme de terre en vue d'optimiser sont bénéfice. On suppose que :
- un hectare de blé produit 45 quintaux et qu'un quintal de blé est vendu 80€. Les charges directes et variables (engrais, traitements, travaux par tiers, loyer, ...) sont estimées à 1500€/Ha.
  - une hectare de pomme de terre produit 250 quintaux et un quintal de pomme de terre est vendu 30€. Les charges directes et variables sont de 4700€/Ha.
- On supposera de plus que la culture d'un hectare de blé (respectivement de pomme de terre) nécessite 40 heures (respectivement 120 heures) de travail. De plus, on a les contraintes suivantes sur ces deux cultures :
- on ne peut avoir deux cultures de pomme de terre sur une même parcelle deux années consécutives ;
  - on ne peut avoir que deux cultures consécutives de blé sur une parcelle (pas plus de "deux pailles" à suivre).
- On appellera  $B$  et  $P$  les surfaces respectives de blé et de pomme de terre.
- 2.1.** Écrire le problème de programmation linéaire qui formalise ce problème.
- 2.2.** Mettre le problème sous la forme standard.
- 2.3.** Résoudre graphiquement ce problème.
- 2.4.** Écrire le problème dual du problème mise sous forme caconique.
- 2.5.** En utilisant le théorème d'équilibre et les contraintes des problèmes primal et dual donner la solution du problème dual.

<sup>1</sup>Exemple provenant du cours du Pr. M. Daydé, ENSEEIHT

**2.6.** En déduire le gain (appelé revenu marginal ici) si

- (i) On a une heure de travail de plus.
- (ii) On a un hectare de plus.
- (iii) Si on pouvait faire un hectare de blé de plus.
- (iv) Si on pouvait faire un hectare de pomme de terre de plus.

**2.7.** Résoudre le problème par la méthode du simplexe.